INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SIBIU

romania2019.eu
Romanian Presidency of the Council of the European Union

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2019
Clasa a XI-a

1. (7p) Se consideră funcția $f:D\to R,\ f(x)=ax+\sqrt{bx^2+cx-1}$, unde D este domeniul maxim de definiție, $b\in(0,\infty)$, a și c sunt numere reale. Determinați parametrii a,b,c, astfel încât dreapta $y=2x+1$ să fie asimptotă oblică a funcției spre $+\infty$, iar dreapta $y=-1$ să fie asimptotă orizontală a funcției spre $-\infty$.

2. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}5 & 7\\ -3 & -4\end{pmatrix}$.

a) (3p) Aflați $\det\left(A^{2019}\right)$.

b) (4p) Arătați că $A^{n+2}=A^{n+1}-A^n$, pentru orice n număr natural nenul.

3. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ -1 & -2\end{pmatrix}\in M_2(Z)$.

a) (3p) Arătați că ecuația matriceală $X\cdot A=A\cdot X$ are o infinitate de soluții $X\in M_2(Z)$.

b) (4p) Rezolvați ecuația $X^{2019}=A,\ X\in M_2(Z)$.

4. (7p) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{3}+...+\sqrt[4]{n}}{n\sqrt[4]{n^3}\left(\sqrt[4]{(n+1)^2+1}-\sqrt[4]{n^2+1}\right)}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru: 3 ore.